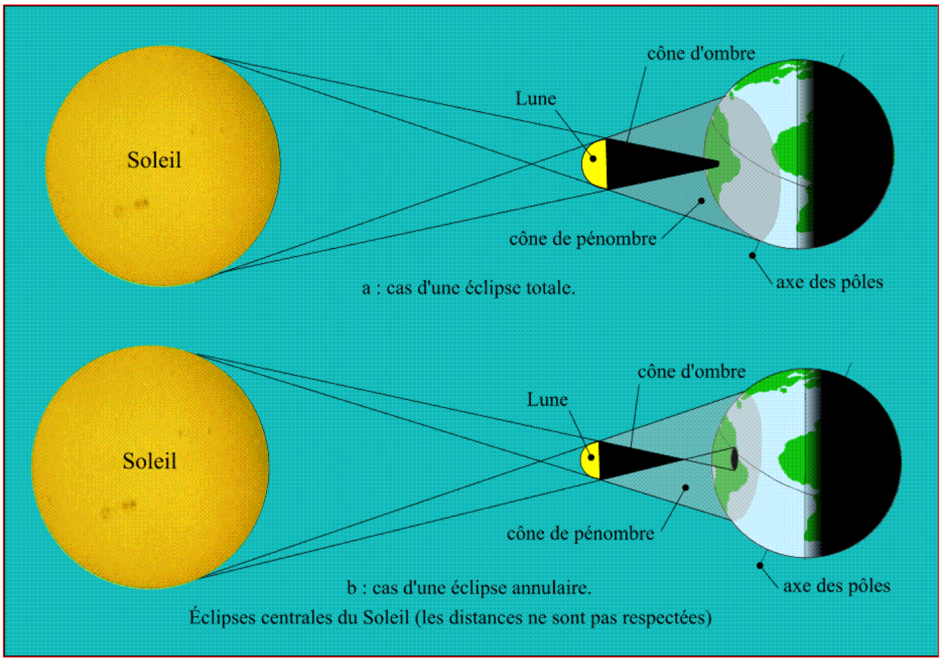
LES ÉCLIPSES

Qu'appelle-t-on éclipse ?

Éclipser signifie « cacher ». Vus depuis la Terre, deux corps célestes peuvent être éclipsés : la Lune et le Soleil.

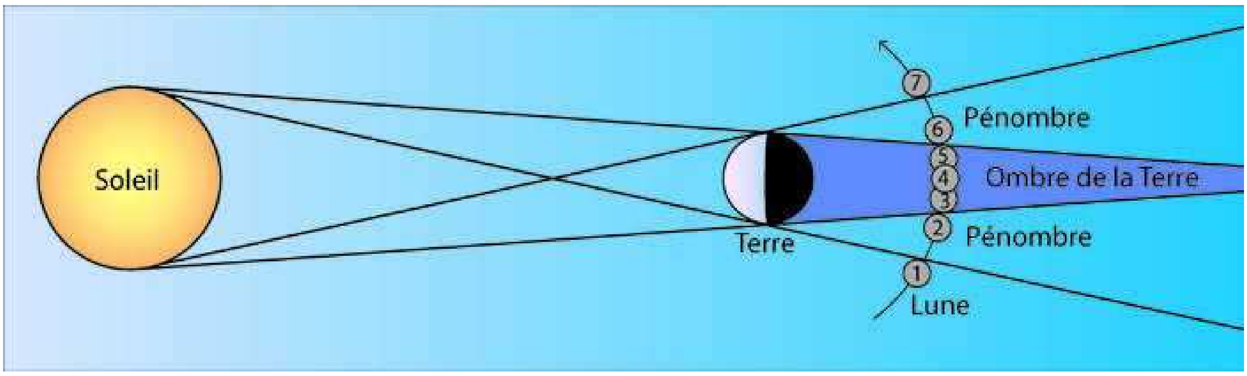
Pour qu'il y ait éclipse, les centres de la Terre, de la Lune et du Soleil doivent être alignés :

- Si la Terre est située entre le Soleil et la Lune, il y aura ***éclipse de Lune*** ; cette dernière présente la phase de ***Pleine Lune*** ; la Lune entre dans le cône d'ombre de la Terre.
- Si la Lune est située entre le Soleil et la Terre, il y aura ***éclipse de Soleil*** ; une telle éclipse ne peut se produire que lors de la phase de ***Nouvelle Lune*** ; la Terre est atteinte par le cône d'ombre de la Lune.



©IMCCE

Schémas d'éclipses de Soleil : la Lune est située entre le Soleil et la Terre.



© CLEA

Schéma d'une éclipse de Lune : la Terre est située entre le Soleil et la Lune.

En réalité les conditions pour que se réalise une éclipse sont plus compliquées que ne le laissent supposer les schémas précédents.

Les conditions d'une éclipse

1) On a vu, dans ce qui précède, que pour qu'une éclipse se reproduise, il est nécessaire que ce soit lors d'une même phase : soit la phase de Pleine Lune (pour une éclipse de Lune), soit celle de Nouvelle Lune (pour une éclipse de Soleil). Cette condition sur la phase n'est cependant pas suffisante.

2) On sait que la Terre orbite autour du Soleil dans un plan appelé ***écliptique*** qu'elle parcourt en un an. Sa trajectoire est très proche d'un cercle.

De même, la Lune orbite autour de la Terre sur une trajectoire relativement elliptique, qui n'est pas contenue dans l'écliptique. C'est ainsi que le plan de l'orbite lunaire est incliné par rapport à l'écliptique (d'environ 5°). L'orbite lunaire traverse le plan de l'écliptique en deux points appelés ***nœud ascendant*** et ***nœud descendant***. L'alignement des centres du Soleil, de la Terre et de la Lune ne peut se produire qu'au voisinage des nœuds. Or la ligne des nœuds de l'orbite lunaire n'est pas toujours alignée avec le Soleil (voir schéma ci-dessous).

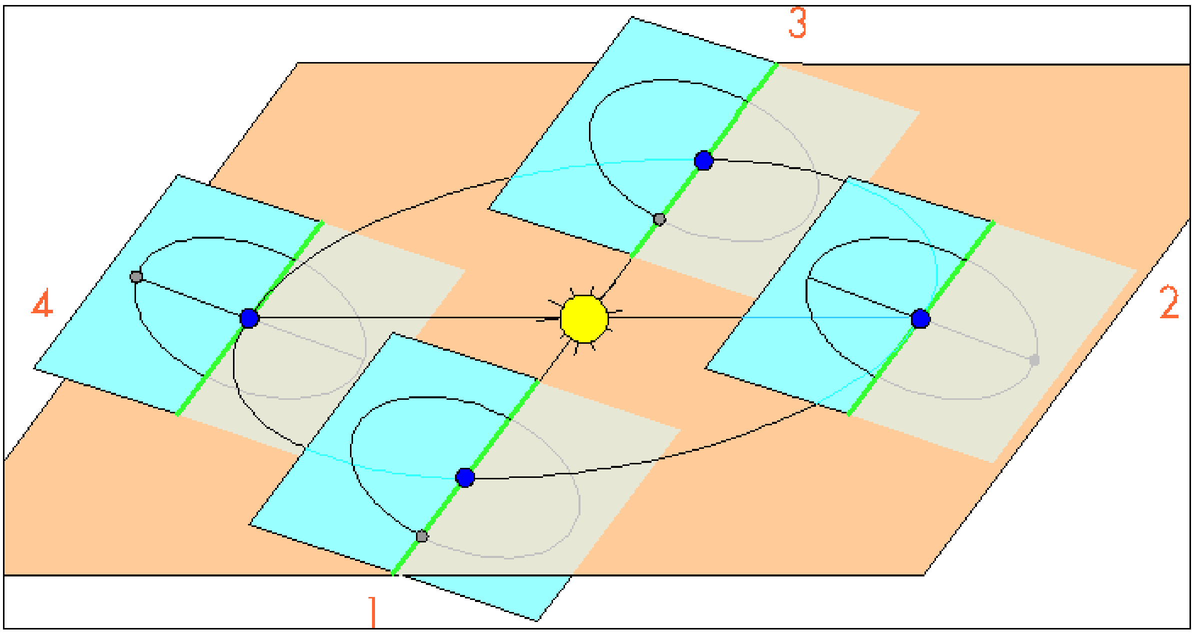
Conclusion

Pour qu'il y ait éclipse, il est donc nécessaire que :

- la Lune présente une phase de Pleine Lune, ou une phase de Nouvelle Lune,
- la Lune soit au voisinage de l'un de ses nœuds.

Chacun des phénomènes précédents se caractérise par une période spécifique :

- l'intervalle de temps qui sépare deux phases identiques porte le nom de ***révolution synodique***. La révolution synodique de la Lune a une durée de 29,530 588 853 jours.
- l'intervalle de temps qui sépare deux passages de la Lune au même nœud porte le nom de ***révolution draconitique***. La révolution draconitique a une durée de 27,212 220 817 jours.



On a figuré sur ce schéma le plan de l'orbite de la Terre autour du Soleil (en beige), et pour quatre positions de la Terre, le plan orbital de la Lune (en bleu) ainsi que la position de celle-ci sur son orbite (points gris). La ligne des nœuds est figurée en vert.

- En 1, il y a éclipse de Lune : la Lune passe dans l'ombre de la Terre,
- En 2 il n'y a pas d'éclipse (l'ombre de la Terre passe « au-dessus » de la Lune),
- En 3, il a éclipse de Soleil : la Lune passe entre le Soleil et la Terre et projette son ombre sur cette dernière,
- En 4 il n'y a pas d'éclipse (l'ombre de la Terre passe « au-dessous » de la Lune).

On note également que la ligne des nœuds (en vert) garde une direction fixe dans l'espace et qu'elle passe par le Soleil à environ 6 mois d'intervalle.

Le retour d'une éclipse

Après une éclipse donnée, pour qu'une nouvelle éclipse de même nature et se produisant dans les mêmes conditions ait lieu, il est nécessaire qu'un intervalle de temps qui permettent à la fois le retour d'une même phase et un passage au même nœud, se produise.

Mathématiquement, cela se traduit par une durée qui sera le plus petit multiple commun à la période synodique et à la période draconitique. En d'autres termes, cet intervalle de temps d (exprimé en jours) doit satisfaire à la fois aux deux conditions suivantes :

$d = 29{,}530\,588\,853 \times n$ et $d = 27{,}212\,220\,317 \times m$, où n et m sont des entiers.

Remarque

Cette recherche s'apparente à celle d'un PPCM. La différence provient de ce que le PPCM est défini dans l'ensemble des entiers, alors que dans le cas qui nous occupe ici, les périodes synodiques et draconitiques sont des réels quelconques. En raison de cette différence, la méthode de recherche du plus petit multiple commun aux deux périodes ne pourra s'effectuer par une décomposition en produits de facteurs premiers, comme dans le cas du PPCM.

Calcul d'une valeur de *d*

On remarque que si *n* = 242, alors $d = 27{,}212\,220\,317 \times 242 = 6\,585{,}357\,316\,714$

et que si *m* = 223, alors $d = 29{,}530\,588\,853 \times 223 = 6\,585{,}321\,314\,219$

On constate que la partie entière est commune à ces deux résultats, ce qui est également vrai pour la première décimale.

Un calcul précis de *d* se fait en résolvant l'équation aux inconnues entières *m* et *n* (décomposition de réels en fractions continues[1]) :

$S \times m = D \times n$, où *S* représente la période synodique, et *D* la période draconitique.

Interprétation de la partie commune de *d*

6 585,3 est une valeur approchée exprimée en jours : il y a donc 6 585 jours + 0,3 jour qui vont séparer deux éclipses de même nature et se produisant dans les mêmes conditions. Or la valeur en jours (solaires moyens) de l'année est : 365,2596. Cherchons combien il y a d'années contenues dans 6 585,3 jours :

$$\frac{6\,585{,}3}{365{,}2596} \approx 18{,}029$$

Ceci signifie que la durée de 6 585,3 jours représente légèrement plus que 18 ans. Précisons un peu.

On a : $18 \times 365 = 6\,570$. Il y a donc, *a priori*, un excédent de $6\,585{,}3 - 6\,570 = 15{,}3$ jours. Comme dans l'espace de 18 ans on pourra rencontrer 3, 4 ou 5 années bissextiles, il convient de rajouter 3, 4 ou 5 jours à 6 570. On obtient en définitive :

- 6 585,3 – (6 570 + 3) = 12,3 jours
- 6 585,3 – (6 570 + 4) = 11,3 jours
- 6 585,3 – (6 570 + 5) = 10,3 jours

Donc l'écart de temps séparant deux éclipses de même nature et de conditions identiques est : 18 ans plus 10, 11 ou 12 jours et 0,3 jour, c'est-à-dire environ 8 heures. Ce dernier résultat s'interprète en disant que la Terre aura tourné d'environ 8 heures de plus, soit 120°, donc que l'éclipse ne se reproduira pas au même endroit sur la Terre (cette remarque vaut essentiellement pour les éclipses de Soleil). La méthode de détermination employée ici, et qui s'apparente à une recherche de PPCM, donne une très bonne valeur approchée ; pour obtenir une valeur plus précise de *d*, on fait intervenir d'autres conditions et une autre méthode de calcul (décomposition d'un réel en ***fractions continues***).

Le saros

On désigne par saros cette période de 18 ans et 10 jours (éventuellement 11 ou 12, pour tenir compte des années bissextiles) au bout de laquelle les éclipses se reproduisent dans le même ordre, aux mêmes lunaisons avec des caractères très semblables. On ignore en réalité (et contrairement à ce que l'on en dit très souvent) si les Anciens connaissaient ou non le saros. Ce terme a été employé pour la première fois par Edmund Halley (1656-1742) qui interpréta mal un texte ancien (*la Souda*). Chez les Chaldéens, le mot *saros* désigne l'Univers, ou bien un nombre période de 222 mois lunaires, c'est-à-dire 18 ans et 6 mois, avec une année de 12 mois ***lunaires***. Le texte ancien employait le mot saros pour une durée qui n'avait rien à voir avec les éclipses.

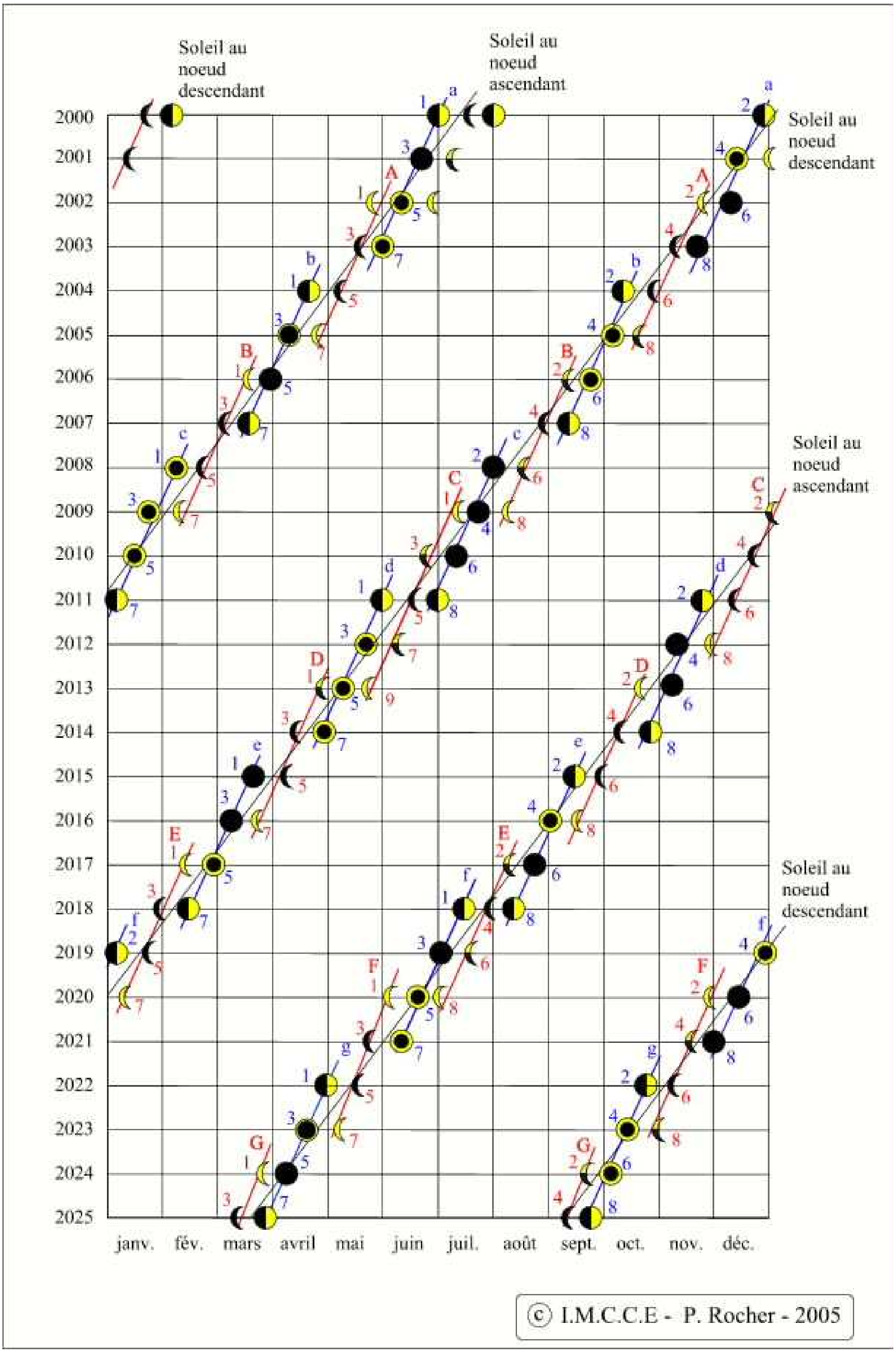
Valeur précise du saros

La valeur exacte du saros est de **18 ans, 10 ou 11 ou 12 jours et 8 heures**.

Exemple de table prédictive d'éclipses

Bien que l'erreur de Halley ait été maintes fois dénoncée par d'autres astronomes (Ideler en 1825, Tannery en 1893, Schiaparelli en 1908, Bigoudan en 1911 et Pannekoek en 1917) le mot saros continue de nos jours à désigner la période de 18 ans et 10, 11 ou 12 jours attachée au retour des éclipses.

[1] Voir en fin de document



Suites des prochaines éclipses de soleil et de Lune (saros allant de 2000 à 2025)

Décomposition d'un réel en fractions continues

© Observatoire de Paris

La décomposition d'un réel en fractions continues permet d'obtenir une approximation d'un réel positif r sous la forme d'un quotient de deux entiers. La méthode consiste à décomposer le réel en partie entière et en partie décimale : $r = a_0 + u_1$, u_1 étant inférieur à 1, on prend son inverse et on continue comme précédemment en itérant avec les restes successifs :

$$\frac{1}{u_1} = a_1 + u_2$$

$$\frac{1}{u_n} = a_n + u_{n+1}$$

En remplaçant les u_i par leurs expressions, le réel se présente sous la forme de fractions emboîtées qui définissent la fraction continue :

$$r = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \cfrac{1}{a_4 + \cfrac{1}{a_5 + \cdots}}}}}$$

On obtient des approximations successives de r au moyen de rapports d'entiers en tronquant le développement de la fraction à des ordres plus ou moins élevés que l'on appelle les réduites d'ordre n :

$$\frac{P_n}{Q_n} = (a_0; a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots, a_n)$$

On passe de l'ordre n et $n-1$ à l'ordre $n+1$ par la relation de récurrence du second ordre suivante :

$$\boxed{\frac{P_{n+1}}{Q_{n+1}} = \frac{a_{n+1}\, P_n + P_{n-1}}{a_{n+1}\, Q_n + Q_{n-1}}}$$

Ces formules de récurrence furent découvertes par le mathématicien Indien Bhascara II au début du XIII^{e} siècle, soit 5 siècles avant que le mathématicien Anglais John Wallis ne les redécouvre en Europe.

La réduite d'ordre n d'un réel r est une meilleure approximation de ce réel en ce sens qu'il n'y a pas de nombre rationnel plus proche de r et de dénominateur strictement inférieur à Q_n. Si $0 < Q < Q_n$, alors, pour tout entier P, on a :

$$\left| r - \frac{P}{Q} \right| > \left| r - \frac{P_n}{Q_n} \right|.$$

Exemple

Représentation du nombre π

On a $\pi = 3{,}141\,592\,654\ldots$

Sa forme réduite d'ordre 4 s'écrit : (3; 7, 15, 1, 293)

Les approximations successives sont : 3, 22/7, 333/106, 355/113, 104348/33215.

Calcul du saros

Méthode des fractions continues

Recherche de la période du saros

Le saros est une période qui doit être multiple de :

- la période de révolution ***synodique*** de la Lune, soit : ***L* = 29,530 588 853 2** jours
- la période de révolution ***draconitique*** de la Lune, soit : ***G* = 27,212 220 817** jours.

Notons que la période synodique porte encore le nom plus courant de ***lunaison*** (retour d'une phase de même nature).

Pour cela on cherche deux entiers *x* et *y* tels que $x \times G = y \times L$, ou encore $\dfrac{x}{y} = \dfrac{L}{G}$.

Or le quotient approché de *L* par *G* est : $\dfrac{L}{G} \approx 1{,}085\,195\,840\,93$.

La méthode des fractions continues permet de trouver une « meilleure approximation » rationnelle de 1,085 195 840 93 en ce sens qu'il n'y en a pas de plus précise avec un dénominateur inférieur ou égal.

$$\frac{29{,}530\,588\,853\,2}{27{,}212\,220\,817} = 1 + \cfrac{1}{11 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{1 + \cdots}}}}}}}}$$

La réduite d'ordre 8 de $\dfrac{L}{G}$ est donc : $(1; 11, 1, 2, 1, 4, 3, 5, 1)$

Les valeurs possibles de *x* et *y* seront successivement :

$$\frac{x}{y} = 1$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \frac{1}{11} = \frac{12}{11} \approx 1{,}090\,909\,09$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \cfrac{1}{11 + \cfrac{1}{1}} = \frac{13}{12} \approx 1{,}083\,33333$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \cfrac{1}{11 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}}} = \frac{38}{35} \approx 1{,}085\,714\,285$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \cfrac{1}{11 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1}}}} = \frac{51}{47} \approx 1{,}085\,106\,382$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \cfrac{1}{11 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4}}}}} = \frac{242}{223} \approx 1{,}085\,201\,794$$

Une première « meilleure approximation » de $\frac{L}{G}$ est obtenue pour $x = 242$ et $y = 223$ (l'écart est inférieur à 6.10^{-6}).

En d'autres termes, une éclipse donnée se reproduira après 223 lunaisons (ou 242 révolutions draconitiques).

Comme une lunaison vaut 29,530 588 853 2 jours, cet intervalle sera de :

$$29{,}530\,588\,853\,2 \times 223 = 6\,585{,}321\,314 \text{ jours.}$$

Remarque

Si, au lieu de faire le calcul du saros à partir de la lunaison (révolution synodique), on était parti de la révolution draconitique, on aurait trouvé une très légère différence (52 minutes), ce qui ne nuit pas au résultat trouvé ci-dessus.

Évaluation du saros en jours

On constate, par ailleurs, que

- 18 ans se composent de 6 570 jours (en prenant une année de 365 jours).
- Pendant 18 ans, il peut y avoir
  - 3 années bissextiles, il convient de rajouter 3 jours : 6 573,
  - 4 années bissextiles, il convient de rajouter 4 jours : 6 574,
  - 5 années bissextiles, il convient de rajouter 5 jours : 6 575.

  Les différences sont alors :
  - 6 585 – 6 573 = 12 jours,
  - 6 585 – 6 574 = 11 jours,
  - 6 585 – 6 575 = 10 jours.

Dans chacun des cas, il reste une fraction décimale égale à 0,321 314 jours, ce qui est légèrement inférieur à 8 heures. En 8 heures, la Terre aura tourné sur elle-même de presque 120° : donc l'éclipse qui se reproduira, ne sera plus au même endroit sur la Terre.

Conclusion

Le saros est une période désormais bien connue. Pour en évaluer la plus fine valeur, il conviendrait aussi de tenir compte d'une troisième période, appelée révolution ***anomalistique*** qui marque le retour de la Lune à son périgée. Il se trouve que cette nouvelle période ne contredit pas, elle non plus, le résultat général calculé plus haut.

Pourquoi le saros est une période de récurrence ?

La principale inégalité dans la longitude de la Lune, l'équation du centre, est fonction de sa distance angulaire au périgée de son orbite, cette distance angulaire porte le nom d'anomalie. L'intervalle de temps qui sépare en moyenne le passage de la Lune par la direction de son périgée, s'appelle la révolution anomalistique. Sa valeur moyenne est A = 27,554 549 878 jours. Il est très important de constater que le saros est également un multiple de cette révolution anomalistique, ainsi après un saros, non seulement on retrouve la même configuration Soleil Terre Lune mais la plus grosse inégalité dans la longitude de la Lune a presque la même valeur, donc on retrouve pratiquement le même écart entre la Lune vraie et la Lune moyenne. C'est principalement pour cette raison que le saros est une période de récurrence des éclipses. En effet le saros est construit à partir des révolutions synodiques et draconitique moyennes de la Lune. Or l'écart entre la révolution synodique vraie et la révolution synodique moyenne de la Lune peut atteindre plus ou moins sept heures, or en sept heures la position de la Lune varie en moyenne de 3,5° en longitude (si l'on tient compte des perturbations cet écart peut atteindre 7,5°). Or comme les diamètres apparents de la Lune et du Soleil sont de l'ordre du demi-degré, il est totalement impossible de prédire une éclipse du Soleil uniquement avec la connaissance de la révolution synodique moyenne, seule la connaissance de la lunaison vraie permet cette prédiction. Donc si une période de récurrence utilise les révolutions synodique et draconitique moyennes, il faut également que cette période ramène la Lune vraie au même endroit par rapport à la Lune moyenne, donc que la période de récurrence soit aussi un multiple de la période de la plus grosse inégalité dans la longitude de la Lune.

On a 239 A = 6 585,537 419 jours et 1 saros = 239 A - 0,0079 A ; au bout d'un saros, la Lune se retrouve donc à 2,8° en amont sur sa position orbitale.