

Le cadran pyrénéen

OU

Cadran de hauteur

Corrections à apporter à l'heure lue sur un cadran solaire

Le cadran pyrénéen est un cadran solaire d'un type particulier : il ne possède pas de table (elle est remplacée par un cylindre) et son style n'est pas parallèle à l'axe de la Terre. Il donne cependant l'heure solaire à l'aide de l'ombre de son style horizontal lorsqu'il est orienté vers le soleil.

Aucun cadran solaire ne donne l'heure légale, c'est-à-dire l'heure de la montre. Mais on peut déduire celle-ci en apportant des corrections aux indications du cadran ; elles sont au nombre de 3.

Toutes ces corrections doivent être exprimées dans les mêmes unités (ne pas oublier qu'une heure de longitude équivaut à 15°).

L'équation du temps

L'une des corrections à donner à l'heure solaire est celle due à l'**équation du temps (E)**.

L'équation du temps traduit deux irrégularités du mouvement de révolution de la Terre autour du Soleil :

1. La seconde loi de Kepler énonce que la vitesse d'une planète autour du soleil est maximale au moment du périhélie (point de l'orbite le plus rapproché du soleil, en hiver) et minimale au moment de l'aphélie (point le plus éloigné, en été). Pour ce qui concerne la Terre la vitesse au périhélie est de 30,29 km.s⁻¹, alors que sa vitesse à l'aphélie est de 29,78 km.s⁻¹ (vitesses exprimées par rapport au soleil).

2. L'autre irrégularité dont il convient de corriger l'heure solaire est celle liée à l'inclinaison de l'axe de la Terre sur son plan de révolution (23° 26').

Ces deux corrections sont regroupées et se lisent sur la courbe de l'équation du temps (avant-dernière page). À la date où se fait la mesure de l'heure solaire, l'équation du temps indique, en minutes, la correction à apporter. Celle-ci peut être positive, négative et même nulle (quatre fois par an).

La correction de longitude

Chaque pays appartient à un ou plusieurs fuseaux horaires. À l'intérieur de chaque fuseau, l'heure légale est la même. Or ceci n'est pas vrai pour l'heure solaire : deux villes distantes appartenant au même fuseau horaire (mais n'étant pas à la même longitude) donneront, à un instant donné, deux heures solaires différentes. L'heure légale en France, en Belgique et en Suisse, est définie à partir de l'heure du méridien de Greenwich. Pour un lieu donné, on ajoute à la mesure fournie par un cadran solaire la différence (**L**) de longitude entre la longitude du lieu et celle de Greenwich ; il importe de se souvenir que les longitudes sont négatives lorsqu'elles sont à l'Est de Greenwich. Les trois villes Aix-en-Provence, Paris et Bruxelles ont les coordonnées géographiques données dans le tableau suivant :

Ville	Latitude	Longitude
Aix-en-Provence	43° 31' N	5° 25' = 21,6 min ≈ 22min Est
Paris	48° 51' N	2° 21' = 9,4 min ≈ 9 min Est
Bruxelles	50° 51' N	4° 21' = 17,4 min ≈ 17 min Est
Genève	46° 12' N	6° 8' = 24,5 min ≈ 25 min Est

La correction administrative

Dans certains pays (dont la France et la Belgique), une 3^e correction (**C**) doit encore intervenir : en hiver (du dernier dimanche d'octobre au dernier dimanche de mars) il faut ajouter 1h, en été 2h. En principe l'heure d'été sera abandonnée le 31 octobre 2021.

Formule de correction de l'heure donnée par un cadran

En définitive l'heure de la montre **H_M** est déduite de l'heure du cadran **H_C** par :

$$H_M = H_C + E + L + C$$

Exemples.

Utilisons un cadran solaire à deux dates différentes et pour les trois villes citées plus haut, consulté à la même heure solaire (16h 45min).

- Le 9 août, on lit sur le graphique de l'équation du temps : $E = 6\text{min}$
- Le 7 décembre : $E = -8\text{min}$

1. Le cadran indique 16h 45min le 9 août (traits discontinus rouges). L'heure de la montre sera :

Ville	9 août	7 décembre
Aix-en-Provence (L = -22min)	$16\text{h } 45\text{min} + 6\text{min} - 22\text{min} + 2\text{h} =$ 18h 29min	$16\text{h } 45\text{min} - 8\text{min} - 22\text{min} + 1\text{h} =$ 17h 15min
Paris (L = -9min)	$16\text{h } 45\text{min} + 6\text{min} - 9\text{min} + 2\text{h} =$ 18h 42min	$16\text{h } 45\text{min} - 8\text{min} - 9\text{min} + 1\text{h} =$ 17h 28min
Bruxelles (L = -17min)	$16\text{h } 45\text{min} + 6\text{min} - 17\text{min} + 2\text{h} =$ 18h 34min	$16\text{h } 45\text{min} - 8\text{min} - 17\text{min} + 1\text{h} =$ 17h 20min
Genève (L = -24min)	$16\text{h } 45\text{min} + 6\text{min} - 24\text{min} + 2\text{h} =$ 18h 27min	$16\text{h } 45\text{min} - 8\text{min} - 24\text{min} + 1\text{h} =$ 17h 13min

Ooo0ooO

MODE D'EMPLOI

1. Placer le cylindre sur une surface plane parfaitement horizontale : le style doit être horizontal.
2. Positionner le style à la bonne date en faisant glisser la feuille jusqu'à ce que le style soit situé au-dessus de la date voulue.
3. Veiller à ce que le bord supérieur de la feuille autour du cylindre reste jointif avec le style.
4. Orienter le cadran vers le Soleil de telle sorte que l'ombre du style soit bien **verticale**.
5. La pointe de l'ombre du style indique alors l'heure solaire.
6. Les traits pleins indiquent les heures, alors que les traits pointillés indiquent les heures et demie.

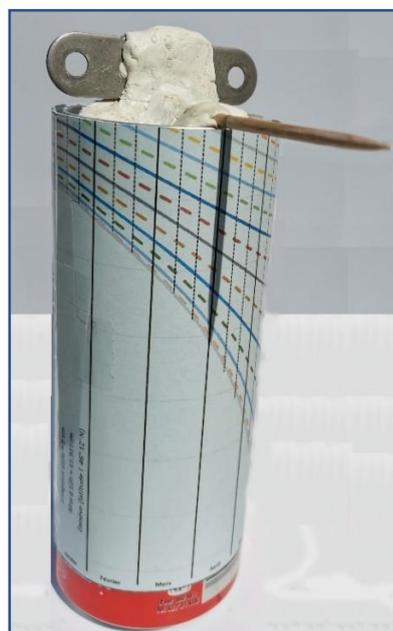
Note.

La précision avec laquelle est évaluée la date, ainsi que la précision de l'heure lue sur le cadran peuvent générer une erreur maximum de l'ordre de 10 minutes entre l'heure légale calculée et celle lue sur la montre.

Illustrations



Cadran pyrénéen

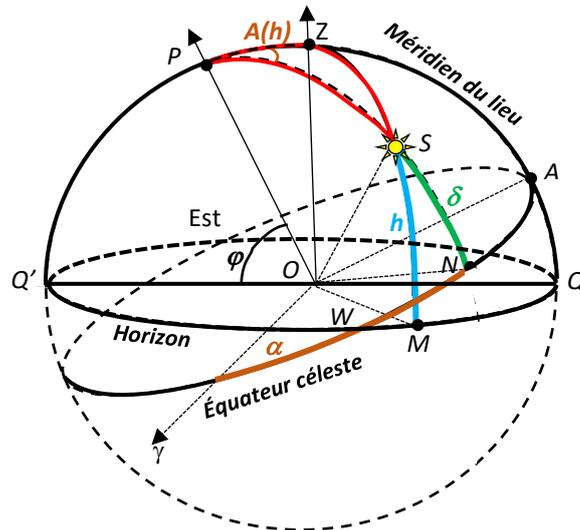


Cadran pyrénéen amateur

Un peu de théorie

En astronomie dite de « position », on ne tient compte que des directions ; les points matérialisant ces directions sont répartis sur une sphère de rayon 1 (sphère céleste). La position du soleil S sur la sphère céleste

peut être déterminée à l'aide de deux repères (local et équatorial) ; l'observateur est au centre O de la sphère céleste ; Z est le zénith ; P est le pôle Nord céleste.



Un premier repère, dit **local** (défini par le zénith Z et le plan horizontal), permet de caractériser S par son azimut a (en astronomie il est compté dans le sens rétrograde à partir du sud) et sa distance zénithale z (complément de la hauteur h du Soleil au-dessus de l'horizon : $z = \pi/2 - h$).

Un second repère, dit **équatorial** (défini par le pôle Nord céleste P et le plan équatorial), permet de caractériser S par son ascension droite α et sa déclinaison δ (arc SN).

Le triangle SPZ porte le nom de « triangle de position » de S . Ses côtés sont les arcs $PS = \pi/2 - \delta$, $PZ = \pi/2 - \varphi$ et $ZS = z = \pi/2 - h$.

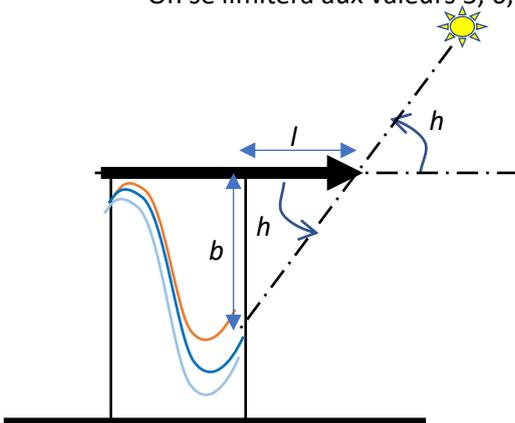
L'angle au sommet $A(h)$ porte le nom d'angle horaire de S .

La trigonométrie sphérique dans le triangle de position permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \cos(ZS) &= \cos(PZ) \times \cos(PS) + \sin(PZ) \times \sin(PS) \times \cos(A(h)) \\ \cos(\pi/2 - h) &= \cos(\pi/2 - \varphi) \times \cos(\pi/2 - \delta) + \sin(\pi/2 - \varphi) \times \sin(\pi/2 - \delta) \times \cos(A(h)) \\ \sin(h) &= \sin(\varphi) \times \sin(\delta) + \cos(\varphi) \times \cos(\delta) \times \cos(A(h)) \end{aligned}$$

Connaissant φ et δ pour différentes valeurs de $A(h)$, on en déduit h .

On se limitera aux valeurs 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12 (exprimées en heures) de $A(h)$.



Schématisons le cadran pyrénéen à l'aide du dessin ci-contre : désignons par l la longueur du style et par b la longueur de l'ombre du style lorsque le soleil est à une hauteur h . La trigonométrie plane classique indique :

$$\tan(h) = b/l, \text{ c'est-à-dire : } b = l \times \tan(h).$$

En faisant varier h entre 5 heures du matin et midi, on obtient les lignes horaires du cadran pyrénéen.

Note. Le développement ci-dessus est issu de l'article de David Alberto paru dans le numéro 173 des Cahiers Clairaut (printemps 2021).

Confection d'un cadran pyrénéen

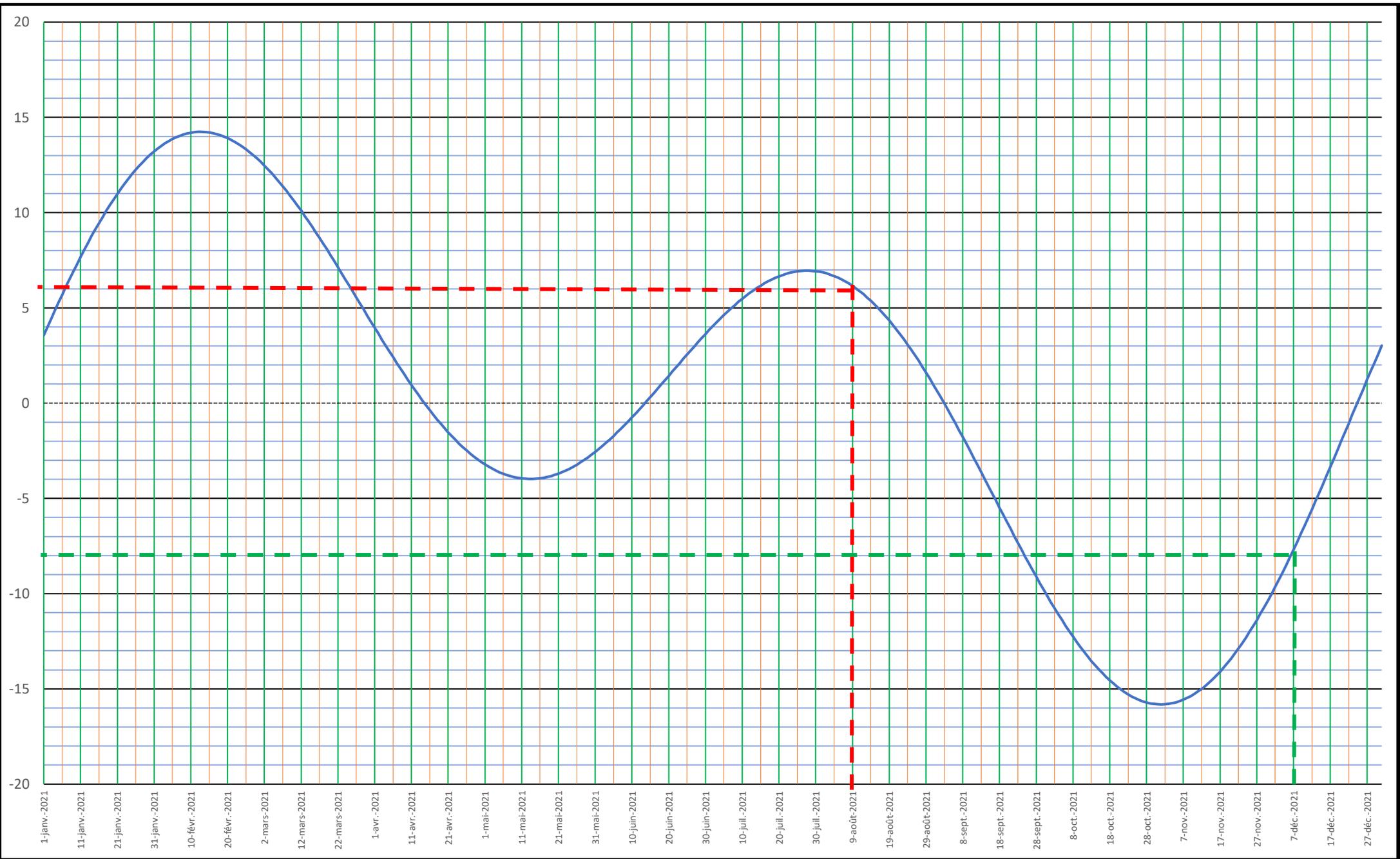
Pour obtenir un cadran bien adapté à Aix-en-Provence, il est indispensable de respecter les cotes du schéma donné en dernière page (le sommet de la courbe rouge doit être exactement à une distance de 13,6 cm du style). Le style (de 5cm de long) peut être confectionné avec une pique à brochette en bois.

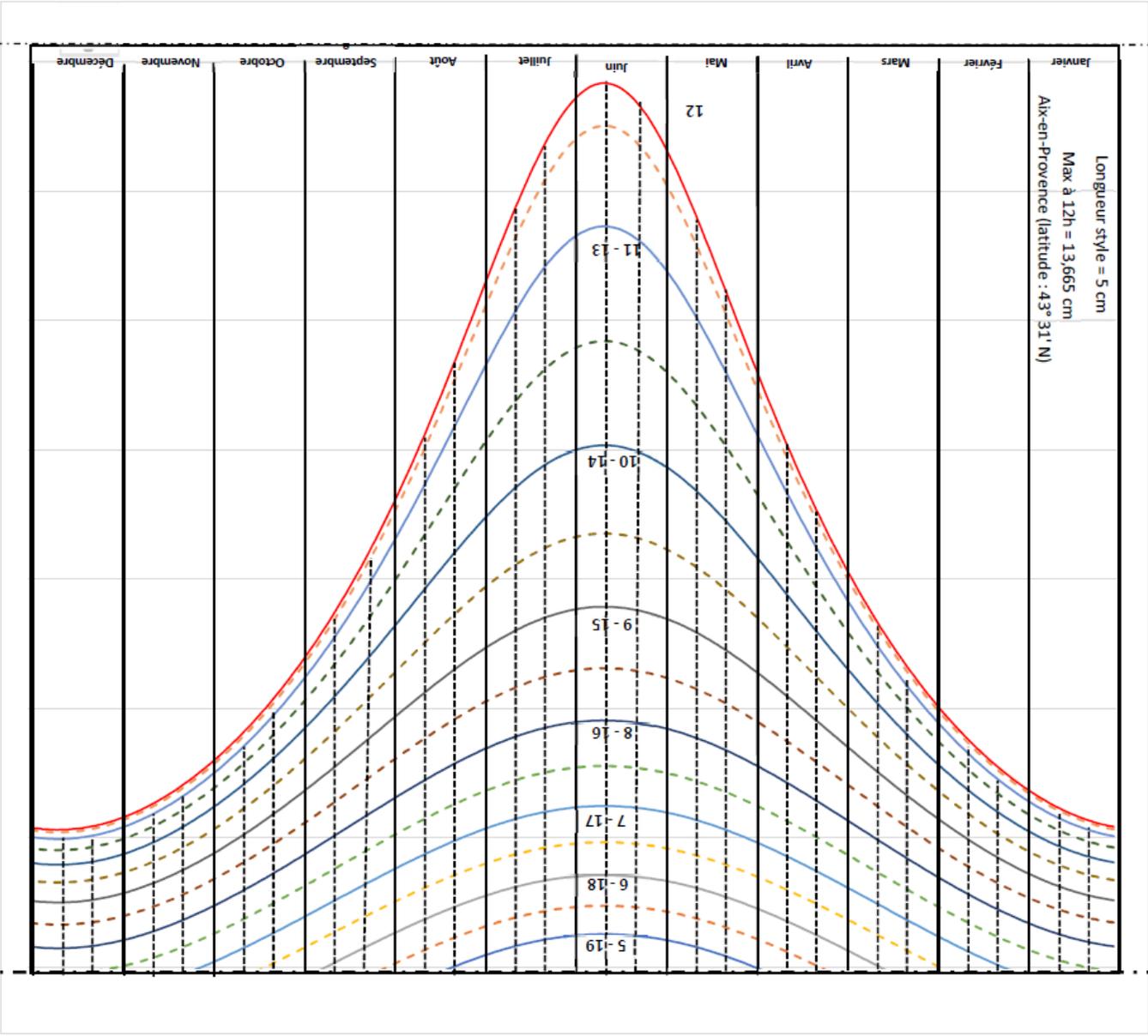
Un cadran adapté à une autre latitude que celle d'Aix-en-Provence doit être l'objet de calculs spécifiques.

Les canettes de 33 cl ou de 50 cl conviennent ; on peut agrandir la longueur de l'abaque (échelle des dates), mais pas modifier la largeur (échelle des lignes horaires) qui est adaptée à un style de 5cm de long.

Pour une même latitude, la longitude doit être comptée en heures, sachant que $1h = 15^\circ$; la longitude Est est affectée du signe -.

ÉQUATION DU TEMPS





Grille Aix-en-Provence